

Joëlle DESCARGUES

Professeur stagiaire
PLP Math - Sciences
Lycée Professionnel René CASSIN (TULLE)
Année scolaire 2002 - 2003

L'ERREUR

UN OUTIL POUR APPRENDRE

Directeur de mémoire : **Anne – Marie RESTOIN**, Professeur Math –
Sciences au Lycée Maryse BASTIE (LIMOGES) et
Formatrice à l'IUFM du Limousin

SOMMAIRE

INTRODUCTION	3
I L'ERREUR A L'ECOLE.....	22
I.1 LE STATUT DE L'ERREUR DANS UNE CERTAINE CONCEPTION DE L'ACTE D'APPRENDRE 22	
I.1.1 <i>Les modèles spontanés</i>	22
I.1.2 <i>Modèle comportementaliste</i>	23
I.1.3 <i>Le statut négatif de l'erreur</i>	23
I.2 L'ERREUR : UNE PIECE CLE DE L'APPRENTISSAGE	24
I.2.1 <i>Modèle de la transformation</i>	24
I.2.2 <i>Conséquence sur le statut de l'erreur</i>	25
I.2.3 <i>L'objet d'étude et le professeur dans la relation didactique</i>	25
I.3 L'ERREUR ET LA FAUTE.....	26
I.3.1 <i>La faute, la responsabilité de l'élève</i>	26
I.3.2 <i>L'origine de la faute</i>	27
I.3.3 <i>La faute dans l'apprentissage</i>	27
I.4 L'ACTION DU PROFESSEUR.....	28
I.4.1 <i>Le professeur-émetteur</i>	28
I.4.2 <i>Le professeur-récepteur</i>	28
II ANALYSE DE L'ERREUR	29
II.1 ERREURS RELATIVES A L'APPRENANT	29
II.1.1 <i>Etourderie, lecture trop rapide</i>	29
II.1.2 <i>Absence de méthodologie</i>	29
II.1.3 <i>Erreurs liées aux opérations intellectuelles impliquées</i>	29
II.1.4 <i>Erreurs dues à une surcharge cognitive</i>	30
II.2 ERREURS LIEES AUX CONCEPTIONS DE L'ELEVE PAR RAPPORT AU SAVOIR	30
II.2.1 <i>Erreurs langagières</i>	30
II.2.2 <i>Erreurs relevant de la compréhension des consignes</i>	31
II.2.3 <i>Erreurs relevant d'habitudes scolaires</i>	32
II.2.4 <i>Erreurs témoignant des conceptions alternatives</i>	32
II.2.5 <i>La capacité à transférer</i>	32
II.3 ERREURS LIEES AUX DISPOSITIFS ET MODELES D'ENSEIGNEMENT	33
II.3.1 <i>La complexité interne du contenu</i>	33
II.3.2 <i>Décodage de la coutume scolaire</i>	33
III TRAITEMENT DE L'ERREUR.....	33
III.1 MANIPULATION DU LANGAGE MATHEMATIQUE	34
III.2 MISE EN EQUATION D'UN PROBLEME	36
III.3 LE TRAVAIL DE GROUPE.....	37
III.4 LA CORRECTION DES DEVOIRS SURVEILLES	39

III.5	RESOLUTION D'EQUATIONS DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE.....	41
IV	ORAL : REBONDIR SUR SES ERREURS	42
IV.1	VERS UNE PEDAGOGIE DE DISCUSSION	42
IV.1.1	<i>Un outil de travail sur l'erreur : la métacognition.....</i>	<i>42</i>
IV.1.2	<i>L'oral dans le processus d'apprentissage</i>	<i>44</i>
IV.1.3	<i>Le questionnement d'explicitation</i>	<i>44</i>
IV.2	UNE COMMUNAUTE D'APPRENTISSAGE	45
CONCLUSION		30
BIBLIOGRAPHIE		31
ANNEXES		32

INTRODUCTION

L'erreur est, dans la vie quotidienne, d'une affligeante banalité : elle est perçue comme un certain acte de l'esprit, une faute (dotée d'une connotation plus ou moins moralisante), ou bien encore comme une maladresse. Le bon sens n'hésite pas à répéter qu'il n'y a que ceux qui ne font rien qui ne se trompent pas...

Au cours de mes premiers pas en tant que professeur de mathématiques et sciences physiques, j'ai pu constater que l'erreur est souvent considérée, à l'école, de façon négative, péjorative, d'où une certaine peur de l'élève vis à vis d'elle.

Le mémoire professionnel qui suit découle de cette volonté d'échapper à cette vision dégradante de l'erreur : source d'angoisse et de stress. C'est avec les élèves de la classe seconde BEP Métiers du Secrétariat (vingt filles) qui m'ont été confiées dans le cadre du stage en responsabilité que j'ai choisi, au travers des mathématiques, de suivre cette réflexion.

Le statut de l'erreur à l'école a évolué en même temps que les différents mécanismes d'apprentissage. Nous verrons que ce n'est pas en cohabitant avec l'erreur qui crée son acceptation mais plutôt en la présentant comme un indice afin de comprendre le processus d'apprentissage de l'élève. En effet, en cessant de l'ignorer, de la refuser, et au contraire en parlant d'elle, en la travaillant, elle devient un réel outil pour apprendre.

Mais, pour que l'erreur devienne utile, il faut la comprendre et la faire comprendre à l'élève. C'est la raison pour laquelle, je proposerai une analyse puis un traitement de l'erreur. Mes différentes réflexions et conclusions seront issues de lectures et d'expériences personnelles. Elles feront dès que possible l'objet d'une discussion sur l'intérêt de cette façon de procéder. Je terminerai enfin par une autre technique d'analyse et de traitement de l'erreur où l'élève exprime lui-même sa démarche intellectuelle.

I L'erreur à l'école

Qu'est-ce que l'erreur ?

« ... une erreur est une faute ; c'est le fait de se tromper ; c'est grave, déshonorant, honteux ! Ça nous fait rêver d'être six pieds sous terre ; ça nous empêche de dormir après coup ; ça décourage ; c'est moche, mauvais, misérable. » Au fond, ce qu'on sait de l'erreur, c'est qu'elle nous fait vivre.

D-C. Bélanger paru dans Le Lien, automne 1997.

I.1 Le statut de l'erreur dans une certaine conception de l'acte d'apprendre

Tout éducateur ne rêve-t-il pas d'un monde idéal dans lequel ce qu'apprennent les élèves serait le miroir conforme, le calme reflet de ce qu'il a enseigné ?

I.1.1 Les modèles spontanés

Ils ne sont pas produits par la recherche. C'est sur eux que s'appuient la plupart des enseignants. En général ils ne sont pas explicités et ne sont pas perçus comme des *modèles*, mais comme une évidence, comme une chose allant de soi. C'est l'expérience personnelle qui leur sert de base.

Dans ce type d'enseignement, l'esprit de l'élève est considéré comme une page blanche que l'on remplit sans que celui-ci n'ait fait le moindre effort. Cette pédagogie suppose bien entendu qu'il y ait une relation parfaite entre l'émetteur (le professeur) et le récepteur (l'élève). L'acquisition des connaissances se fait donc par simple transmission à condition que l'apprenant soit toujours attentif et que l'enseignant explique clairement.

L'élève est passif devant son professeur qui expose de façon magistrale ses connaissances. Ici, on attend juste de l'élève qu'il soit attentif et qu'il sache reproduire les connaissances qu'il a acquises.

L'enseignement est souvent centré sur les contenus à enseigner (les programmes, ce qui doit être transmis). Les caractéristiques de l'apprenant après l'apprentissage ne sont pas clairement explicitées.

Statut de l'erreur :

Dans ce type d'enseignement, l'erreur est à bannir, elle est assimilée à une *«faute»* (avec toutes les connotations moralisantes associées au terme). Elle est à la charge de l'élève et de ses efforts d'adaptation à la situation didactique.

L'enseignant sera peu enclin à admettre l'erreur, et pourra même, selon sa personnalité, s'en étonner ou s'en indigner. En tout cas, il l'interprètera comme un dysfonctionnement, dans l'émission qu'il s'est porté à se remettre en cause, ou dans la réception : manque d'attention lors de l'information (*«Pourtant, je leur ai dit !»*), manque de concentration, de sérieux dans la réalisation (*«Ils ont fait n'importe quoi !»*). Ce sera, en tout cas, le manque, le trou ou la verrue, l'élément fâcheux, l'intrus, à pénaliser, et qu'une situation pédagogique idéale (par la qualité de transmission et la fidélité de la réception) devrait éliminer.

Fortement critiquée, cette forme de pédagogie ne laisse aucune place à l'erreur.

I.1.2 Modèle comportementaliste

Il est marqué par une volonté de centrer l'apprentissage sur celui qui apprend. Les références ne sont plus simplement une description des contenus, mais une description des caractéristiques de l'apprenant en fin d'apprentissage.

Le modèle psychologique pris comme référence est le comportementalisme (behaviorisme) - introduit au début du siècle par Skinner et Watson - : c'est par des exercices répétés portant sur une compétence élémentaire que celle-ci s'acquiert. Ce type d'enseignement considère que la structure mentale de l'élève est telle une « boîte noire » à laquelle on n'a pas accès.

L'apprentissage est conçu comme une addition de compétences élémentaires, acquises par un entraînement systématique à la réalisation. Pour chaque compétence élémentaire, l'enseignant montre comment faire; l'élève apprend en reproduisant.

On considère qu'il suffit d'énoncer clairement les objectifs (liste et enchaînement des compétences élémentaires à acquérir, des concepts à maîtriser) pour que l'élève puisse les acquérir par des entraînements élémentaires systématiques.

Les objectifs sont formulés en termes de capacités et toutes les tâches sont divisées en unités précises, principes qui ont donné naissance à la pédagogie par objectifs : « *l'élève doit être capable de...* ».

Il s'agit ici d'une pédagogie de la réussite où l'apprentissage est ponctué de récompenses et de punitions. Ainsi conditionné, l'élève finit par adopter le comportement que l'on attend de lui.

Statut de l'erreur:

Dans ce modèle, le statut de l'erreur est celui d'un *bug* (ou d'un « *bogue* » selon la traduction française de ce terme informatique).

A la différence du modèle précédent, si l'élève commet des erreurs alors celles-ci ne lui sont pas imputées ; elles sont à la charge du concepteur de programme qui n'est pas suffisamment adapté au niveau réel de l'élève.

En revanche, par rapport au modèle précédent, dans la mesure où les entraînements sur les composantes élémentaires auront été systématiques, plus rigoureux, l'erreur, peut-être, paraîtra-t-elle au professeur encore plus ... aberrante.

I.1.3 Le statut négatif de l'erreur

Dans ces types d'enseignement, les professeurs évitent au maximum de croiser l'erreur sur leur chemin. Quand malgré tout (et malgré eux) ils s'y trouvent confrontés, ils peuvent réagir selon deux attitudes symétriques :

- soit par la *sanction*, qui peut être comprise comme un sursaut de réassurance, face à l'abîme qui vient d'être décrit. L'erreur est, dans ce cas, considérée comme une faute (les modèles spontanés) ;
- soit au contraire par un effort de *réécriture* de la progression, masquant peut-être alors quelque culpabilité latente. L'erreur est, dans ce cas, considérée comme un bogue (modèle de la transmission-reproduction).

Il apparaît ainsi que l'erreur y est regrettable et regrettée; elle possède un *statut négatif* auquel on cherche à remédier.

Dans le modèle la transmission-reproduction, bien que la pédagogie soit centrée sur l'élève, elle ne s'intéresse pas du tout au processus d'apprentissage : elle permet aux élèves de contourner les erreurs mais pas de les résoudre.

Finalement, l'erreur ne peut pas être mise au service de l'apprentissage dans ces conceptions de l'acte d'apprendre.

Alors, pour ne plus cohabiter avec l'erreur - ce qui crée l'acceptation de l'erreur -, mais pour qu'elle devienne un outil d'apprentissage, elle doit être considérée comme normale, constitutive d'un apprentissage en cours de formation.

Comment considérer l'erreur pour qu'elle devienne inévitable et utile ? Comment a évolué le statut scolaire de l'erreur ?

I.2 L'erreur : une pièce clé de l'apprentissage

La notion d'erreur, contrairement aux apparences, ne va pas de soi. Or, pour tirer parti des erreurs de ses élèves, il faut être conscient de ce qu'elles recèlent.

Le modèle de la transformation, en fort développement, s'efforce lui, contrairement aux modèles précédents, de ne pas évacuer l'erreur et de lui conférer un statut beaucoup plus positif.

I.2.1 Modèle de la transformation

Le modèle psychologique de référence est le constructivisme : « *notion qui tire son origine dans une conception piagétienne du développement des structures cognitives* » (ensemble interactif de concepts et d'algorithmes) « *centrée sur les notions d'assimilation – accomodations; les structures cognitives existantes peuvent permettre une interprétation des faits (assimilation), mais une réponse à fournir en fonction des faits nouveaux nécessite une modification de ces structures.* » (ASTER-INRP, 1985).

Dans ce type d'enseignement, on s'interroge sur ce qui se passe à l'intérieur de la fameuse « boîte noire ».

L'élève n'est pas un réceptacle vide où s'accumulerait le savoir déversé par un professeur. Pour comprendre et maîtriser le monde, chacun a besoin de s'en faire une théorie.

L'élève, pour s'approprier le réel, met des informations en réseau, pour se construire une *représentation mentale ordonnée* du monde qui l'entoure. Cette représentation mentale est une théorie explicative originale du fonctionnement du monde.

Ces schèmes de pensée sont efficaces tant qu'ils ne sont pas remis en cause par une expérience. Ainsi, l'individu construit un savoir dans un processus de destruction – création d'hypothèses : suite à une émission d'hypothèses, puis à une expérience, il y a invalidation des hypothèses de départ et élaboration de nouvelles.

Cette appropriation du savoir s'appuie sur des constructions très individualisées, mais aussi sur des situations en classe, collectives, où peuvent apparaître des conflits cognitifs susceptibles de faire avancer la construction des connaissances.

Cette notion de constructivisme s'oppose à une pédagogie de transmission-réception centrée sur l'objet, elle s'oppose aussi à une pédagogie centrée uniquement sur l'enfant qui construirait lui-même son savoir à partir de ses besoins et ses intérêts.

Par ailleurs, cette conception du développement des structures cognitives est conforme au processus de formation de grandes théories scientifiques : une théorie scientifique est admise pour vraie aussi longtemps qu'elle n'est pas invalidée par une expérience.

« La compréhension s'acquiert contre une connaissance antérieure en détruisant des connaissances mal faites... Quand il se présenta à la culture scientifique, l'esprit scientifique n'est jamais jeune. Il est même très vieux car il a l'âge de ses préjugés. »
(Gaston Bachelard, cité dans la revue Echanger, avril 1994).

L'erreur est donc cette expérience d'invalidation des hypothèses ou des représentations mentales de départ. Il y a erreur parce qu'il y a un processus cognitif à l'œuvre. Plus précisément, dans ce processus, l'erreur marque la phase de déstabilisation de la construction mentale initiale, préalable à cette reconstruction.

I.2.2 Conséquence sur le statut de l'erreur

Dans ce modèle, les erreurs commises ne sont plus des fautes condamnables ni des bogues regrettables : elles deviennent les *symptômes* intéressants d'obstacles auxquels la pensée des élèves est confrontée. L'erreur devient alors intéressante puisqu'elle est révélatrice d'une authentique activité intellectuelle de l'élève (stratégie d'appropriation par élaboration progressive de schémas de représentation).

Ainsi, l'erreur devient outil et non fatalité: elle est reconnue comme nécessaire au processus d'apprentissage.

Deux types d'erreurs apparaissent :

- des "*erreurs de performance*", ou des erreurs bêtes (celles que l'on regrette), étourderie ou «lapsus » (au sens étymologique de glissade) : erreurs aléatoires, perturbation dans l'application d'une règle pourtant connue, due à la fatigue, au stress, à l'émotion occasionnés (solennelles) du devoir. L'élève connaît la règle qu'il devait appliquer donc est capable de corriger son étourderie. Ce type d'erreur me rappelle la situation d'une de mes élèves, Béatrice, qui lorsqu'elle me rend son devoir surveillé, me dit : *« je viens de me rendre compte que je me suis trompée, j'ai oublié de changer le signe dans la deuxième équation ; mais je connaissais la règle et sur le moment, avec la fatigue et le stress du devoir, je ne l'ai pas appliquée. »*
- des "*erreurs de compétence*" révélant une activité intellectuelle de l'élève ("*erreurs intelligentes*") : erreurs systématiques, commises tant que les représentations dont elles procèdent ne seront pas déjouées : ce sont des erreurs que l'élève est incapable de corriger, mais il est capable d'expliquer la règle qu'il a appliquée.

I.2.3 L'objet d'étude et le professeur dans la relation didactique

La pédagogie de l'erreur n'est praticable qu'avec la partie du savoir qui est démontrable, qui autorise une réflexion. Car, si l'élève peut se construire une représentation mentale ordonnée de cet objet d'étude, c'est parce que celui-ci n'est pas un code, fait d'éléments conventionnels ou arbitraires, à savoir par cœur, à mémoriser au moyen de procédés mnémotechniques.

En mathématiques, la part du code et de la convention est importante, mais résoudre un problème implique la maîtrise pour mener un raisonnement.

Mais, pour que la pédagogie de l'erreur soit praticable, encore faut-il donner à l'élève les moyens de son activité intellectuelle pour passer par une suite de ruptures et reconstructions d'hypothèses. Alors, quel est le rôle du professeur dans cet enseignement ?

John Hildebidle fait remarquer qu'un professeur aux connaissances encyclopédiques n'est pas forcément un bon pédagogue. Un bon enseignant, au sens éthique du terme doit mettre ses élèves en situation de comprendre l'usage des connaissances qu'on lui transmet et d'exprimer celles-ci avec clarté. La pédagogie d'interaction élève-professeur repose essentiellement sur la réciprocité entre enseignant et enseigné.

Des recherches ont prouvé qu'un individu acquiert des connaissances dans la mesure où il participe à leur élaboration. Nous apprenons donc lorsque nous avons la possibilité d'établir un rapport entre les données que nous recevons et notre propre expérience (démarche **inductive**).

Si nous considérons cette donnée, il semble logique de pouvoir envisager une forme de pédagogie basée sur l'interrogation et le débat, l'enseignant ayant pour tâche de créer des conditions propices à la participation **active** de l'élève (pédagogie active) et à la construction de son savoir. Bien entendu il est nécessaire qu'il y ait une volonté réciproque d'aller dans ce sens, d'où créer des conditions pédagogiques dans lesquelles l'élève accepte de prendre en charge individuellement ou collectivement sa formation. Les rôles respectifs de maître et de l'élève doivent être définis dans une perspective ergonomique où chacun trouve son compte : le plaisir d'enseigner et le bonheur d'apprendre.

I.3 L'erreur et la faute

I.3.1 La faute, la responsabilité de l'élève

La pédagogie de l'erreur, telle que nous l'avons décrite, postule un élève toujours motivé, toujours plein de bonne volonté. Nous estimons alors que l'erreur est normale, utile et positive dans l'apprentissage: nous dédramatisons les essais "ratés", nous déculpabilisons l'élève, nous l'encourageons à s'exprimer et à réfléchir.

Mais cette pédagogie de l'erreur n'a-t-elle pas pour effet pervers de favoriser la négligence de l'élève, de l'amener à baisser sa vigilance et finalement de répéter systématiquement les mêmes erreurs ?

En effet, en ne parlant que de l'erreur, nous oublions que certains écarts à la réponse attendue par le professeur relèvent de la responsabilité de l'élève : il s'agit de la faute. Il en est ainsi toutes les fois où l'élève manifeste un manque d'effort, de volonté, de travail. Il semble inconcevable de parler d'erreur lorsque l'élève n'écoute pas, ne s'investit pas, répond n'importe quoi pour se débarrasser au plus vite de la question, quand il ne tient pas compte des données, des conseils, quand il se satisfait d'une réponse erronée, quand il ne donne pas le meilleur de lui-même... Seul l'élève est responsable.

Mais comment l'enseignant peut-il faire la part de l'erreur et de la faute ? Est-ce légitime de sanctionner (lorsque son diagnostic vise la faute) alors que l'attitude de l'élève peut découler simplement d'un défaut de compétence ou d'une démarche intellectuelle particulière ? et seul l'élève sait, lui, très bien en quoi s'en tenir. Alors, pour éviter tout mauvais diagnostic, il paraît nécessaire de faire des efforts supplémentaires (exercices, questionnement). Si l'élève ne joue pas le jeu alors il sera le seul responsable de son défaut d'excellence, puisqu'il fait rien pour le dépasser malgré l'aide qu'il propose le professeur.

I.3.2 L'origine de la faute

L'école est d'abord un lieu de contrainte où la faute y trouve sa place. J.P Astolfi parle de « *violence symbolique* »¹ faite aux élèves.

Cette violence est tout d'abord d'ordre épistémologique, car apprendre est loin d'être naturel. Dans la vie quotidienne, on résout généralement les problèmes sans apprendre, en utilisant au mieux les ressources cognitives disponibles... et en sollicitant de l'aide pour le reste ! L'école est, de ce point de vue, un milieu artificiel construit par les sociétés modernes pour ne pas laisser les apprentissages s'opérer au gré des circonstances. Quand le cap est franchi, les choses après coup deviennent simples, mais cette simplicité seconde est illusoire pour celui qui reste englué dans la difficulté. Rien n'est pire que la présence de celui qui vous dit par-dessus l'épaule : « *Mais c'est facile !* ». C'est bien là l'ordinaire des élèves.

Cette violence scolaire est aussi d'ordre psychanalytique, car l'apprentissage qui ne produit chez certains qu'une anxiété légère et normale, réactive chez d'autres les peurs archaïques de la petite enfance, produisant parfois des décharges de violence, verbale ou physique. Apprendre passe par l'abandon d'une sécurité, active la tension émotionnelle en même temps que cela éclaire des faits nouveaux. Bref, c'est angoissant, ça déplace, fait grandir, bouscule les certitudes, fragilise les défenses, éloigne la proximité des autres, oblige à affronter son intériorité. A contrario, l'échec a ses bénéfices, la dépendance offrant le bénéfice non négligeable d'une sécurité.

Enfin, cette violence est surtout d'ordre humain puisque apprendre est inscrit au cœur même de l'espèce humaine, inscrit mais non écrit d'avance, indispensable mais douloureux.

Finalement, l'école est un véritable tribunal qui juge des individus qui n'ont pas demandé de l'être, et selon des critères qui ne sont pas les leurs, jugements qui autant d'étiquettes qui ont une incidence réelle dans la vie sociale et dans l'image de soi. Alors, comment s'attendre de leur part à de la motivation, de l'intérêt pour les disciplines... ?

I.3.3 La faute dans l'apprentissage

Ne parler que de faute, c'est être injuste envers l'élève. Considérer tout écart comme une erreur, c'est laisser l'élève se complaire dans cette situation de mauvaise foi, de paresse, de stratégie d'évitement, c'est lui fournir une fausse bonne conscience, c'est de pas l'aider à parvenir à un meilleur niveau. Donc, il convient de considérer la faute à sa juste valeur. La faute est de la responsabilité de l'élève qui aurait dû la parer. C'est pourquoi je n'hésite pas à faire remarquer, en fin de séance, à une élève (Aysé en l'occurrence) qu'elle ne met pas toutes ses capacités à profit à cause de ses bavardages incessants.

¹ Cf. L'erreur, un outil pour enseigner, J.P Astolfi, P 109, 110.

I.4 L'action du professeur

À présent, je ne considérerai que les *erreurs* et donc ne prendrai pas en considération les *fautes* dans ce qui suit.

Comme nous l'avons noté, l'erreur est un outil, elle est nécessaire au processus d'apprentissage et le professeur a une place importante dans ce travail sur l'erreur.

Quand nous pensons à l'erreur commise, nous avons tendance à penser à la réponse erronée de l'élève. Donc l'erreur apparaît parce qu'il y a une interaction entre l'élève et le professeur.

Et la place du professeur est loin d'être simple : il est non seulement l'émetteur de la consigne, des données mais aussi le récepteur des productions de l'élève.

De ce fait, il peut créer l'erreur : l'action du professeur peut aussi être la source de l'erreur.

I.4.1 Le professeur-émetteur

En formulant une consigne, le professeur n'a pas été conforme à son intention : il y a erreur de formulation.

Prenons une situation vécue avec mes élèves :

Les élèves travaillaient sur un problème faisant intervenir un système de deux équations à deux inconnues. Voici la question : « *Résolvez ce système. Vérifiez ce résultat par une autre méthode.* » J'attendais (le couple solution étant (1;0)) la résolution par une méthode algébrique et la vérification par la méthode graphique. Quelques élèves m'ont demandé une précision sur les méthodes à utiliser, mais la plupart des élèves ont utilisé les deux méthodes algébriques. Par rapport à ce que j'attendais, j'aurai dû préciser : « *Vérifier ce résultat par la méthode graphique* ».

Il n'y a pas d'erreur de l'élève en soi.

Le professeur doit porter une grande attention à la formulation de ses questions. Il serait intéressant de pouvoir tester, pendant la préparation de la séance, chaque question auprès d'élèves, de collègues ou d'autres personnes encore. Je pense qu'avec un peu plus d'expérience il est probable que l'on puisse prévoir les réponses des élèves et ainsi améliorer la formulation des consignes.

I.4.2 Le professeur-récepteur

En tant que récepteur, le professeur peut ne pas entendre ou comprendre une (bonne) réponse. Il s'agit d'erreurs portant sur les démarches adoptées. En effet, certains raisonnements adoptés par les élèves sont quelquefois totalement différents de ceux auxquels on s'attendait. C'est pourquoi certaines productions d'élèves, sont peut-être trop rapidement considérées comme des erreurs, alors qu'elles manifestent seulement la diversité des procédures possibles pour résoudre une question. C'est le manque de conformité de la solution qui est sanctionné, alors que les élèves ont pu emprunter des chemins, pas nécessairement absurdes, mais auxquels on n'avait pas songé. Il n'y a, là encore, pas d'erreur de l'élève en soi.

Dans la suite de ce mémoire, je fais l'hypothèse que l'élève joue le jeu scolaire : je ne m'intéresserai qu'à l'*erreur* de l'élève. De plus, je supposerai qu'il n'y pas d'erreur prenant sa source dans mon action : l'étude portera sur *l'erreur de l'élève*.

Puisque, *apprendre*, c'est en fait, passer par une suite de ruptures et de reconstructions, l'erreur correspond à un matériau de travail, à un signe d'apprentissage, en train de se réaliser. Il est donc évident que, analyser l'erreur, la traiter en s'appuyant sur elle, amène l'élève à progresser, puisque ce dernier a identifié une procédure, un savoir qu'il va pouvoir le réemployer plus facilement. L'erreur est bien un témoin d'une évolution en cours.

II Analyse de l'erreur

L'erreur, (rendue) intelligente, est le produit d'une démarche intellectuelle originale, propre à l'élève et finalement inattendue par le professeur, que l'on peut mettre à jour. Ainsi, le professeur doit décoder cette démarche, comprendre cette logique : c'est le travail d'analyse de l'erreur.

Essayons de retrouver les opérations intellectuelles dont l'erreur est la trace. Il convient de s'interroger sur les origines de l'erreur : établissons une typologie de l'erreur. Il est intéressant de différencier les types d'erreurs en trois catégories : les erreurs relatives à l'apprenant, les erreurs liées aux conceptions de l'élève par rapport au savoir et les erreurs liées aux dispositifs et modèles d'enseignement.

II.1 Erreurs relatives à l'apprenant

II.1.1 Etourderie, lecture trop rapide

Un grand nombre d'erreurs peuvent être considérées comme des étourderies. Prenons l'exemple de la résolution d'une équation :

Aurélié S., elle, certainement à cause d'une lecture trop rapide de l'énoncé, a résolu l'équation $2(x + 1) - 5(3x - 4 + x) = 0$ au lieu de résoudre l'équation : $2(x + 1) - 5(3x - 4) + x = 0$. (cf. annexe 1)

II.1.2 Absence de méthodologie

L'erreur peut être liée à une absence de méthodologie. Prenons l'exemple de la résolution d'un problème se ramenant à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue. La question qui se pose ici est : « *comment résoudre le problème ?* » : l'élève ne parvient pas à procéder par étapes.

II.1.3 Erreurs liées aux opérations intellectuelles impliquées

En effet, certaines peuvent paraître "naturelles" pour l'enseignant alors qu'elles ne le sont pas forcément pour l'élève.

Rémi Brissiaud montre la difficulté symétrique quand il faut faire une soustraction dans un problème concernant une augmentation. Il donne l'exemple suivant : une institutrice a 42

cahiers dans l'armoire et le directeur lui en apporte un carton ; elle en a maintenant 67. Quand on demande le nombre de cahiers apportés par le directeur, la soustraction est contre-intuitive. Il s'agit ici d'une difficulté rencontrée à l'école primaire. Cependant, j'ai noté que les élèves en classe de 2^{nde} BEP Métiers du Secrétariat rencontrent aussi ce type de difficultés. Prenons l'exemple d'un calcul de pourcentage indirect: dans le cas d'une augmentation, pour calculer la valeur initiale, au lieu d'utiliser la formule:

Valeur finale = Valeur initiale \times k (où k est le coefficient multiplicateur associé à l'augmentation), certains élèves font référence à une soustraction (cf. annexe 1).

II.1.4 Erreurs dues à une surcharge cognitive

Pendant longtemps, la *mémoire*, conçue comme un phénomène d'enregistrement - répétition, a été dévalorisée au profit de fonctions cognitives plus "nobles", comme la réflexion, la créativité, les opérations intellectuelles...

Aujourd'hui, la mémoire n'est pas considérée comme un système passif mais elle est au cœur même des apprentissages.

Quand on parle de mémoire à l'école, on songe spontanément à la mémorisation des leçons le soir à la maison, laquelle relève de la mémoire à long terme. Pourtant l'importance scolaire de la mémoire à court terme – ou mémoire de travail – est au moins aussi grande. Dans son ouvrage L'erreur, un outil pour enseigner, J.P Astolfi utilise la métaphore informatique pour distinguer ces deux mémoires. Il compare la mémoire à long terme au stockage sur le disque dur et la mémoire à court terme au processeur central de l'ordinateur (où l'on ne peut pas ouvrir toutes les applications, tous les fichiers de données en même temps, faute de mémoire vive suffisante).

Les travaux de G. Miller (article de 1956) ont conduit au constat suivant : lors de la résolution d'une tâche, il n'est possible de conserver mentalement que sept unités sémantiques environ (cela concerne non seulement les élèves mais aussi les adultes).

Ainsi, lorsqu'il y a surcharge, sans que le professeur ne s'en rende compte, il y a risque d'oubli de certains éléments. L'élève ne peut se concentrer sur tout. Les erreurs sont donc les témoins du degré variable de maîtrise des élèves dans les tâches proposées, qu'il est souvent nécessaire de subdiviser pour les rendre réalisables.

II.2 Erreurs liées aux conceptions de l'élève par rapport au savoir

II.2.1 Erreurs langagières

Aux yeux de beaucoup de gens, les mathématiques sont difficiles, voire rebutantes. Les symboles y sont nombreux, les formules semblent ésotériques. Les mathématiques reposent sur un langage qui a ses codes, sa sémantique et sa syntaxe.

Les erreurs langagières en mathématiques se manifestent dans les différents aspects que prend le langage mathématique. Comme l'ont fait remarquer De Serres et Groleau (1997), le langage mathématique est en fait constitué de trois langages différents : le langage naturel, le langage graphique et le langage symbolique. Or, chacun de ces langages possède sa propre structure et est donc source d'erreurs qui lui sont propres.

✍ Les erreurs langagières dans le langage naturel :

Ce type d'erreurs est très fréquent, citons quelques exemples :

Le prix du livre est le double de celui du crayon. Une difficulté apparaît ici : que signifie « *le double de* » ?

Sophie a dépensé le tiers de ses économies. De nouveau, que signifie « *le tiers de* » ?

Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 39. Comment trouver ces trois nombres ?

Un premier exemple d'erreur langagière dans le langage naturel est cité par De Serres et Groleau (1997). Plusieurs des élèves questionnés par eux avaient donné 36 comme exemple d'un diviseur de 12. L'un d'eux avait expliqué que « *36 est un diviseur de 12 parce que 12 divise 36* ». Il commettait là une erreur syntaxique, (ayant fait une inversion du sujet et du complément dans la proposition circonstancielle de cause), il aurait dû répondre : « *4 est un diviseur de 12 parce que 4 divise 12* ».

Les erreurs langagières dans le langage graphique :

Certains élèves, quand ils parlent d'éléments dans un graphique, font l'erreur syntaxique de dire ou d'écrire « le point x » quand x désigne l'abscisse du point. Un point dans un repère cartésien étant repéré par son abscisse et son ordonnée, l'expression correcte est « le point d'abscisse x ». En omettant le complément déterminatif (« d'abscisse »), le sens du symbole x est modifié : x représente alors le point lui-même et non plus son abscisse. L'erreur syntaxique conduit ici à une erreur sémantique.

Les erreurs langagières dans le langage symbolique :

Nombreuses et variées sont les erreurs langagières dans l'utilisation des symboles. Certains élèves ne savent pas identifier la nature des symboles dans une équation, c'est-à-dire différencier les lettres représentant les variables et celles représentant les constantes.

Par ailleurs, de nombreux élèves ne voient pas les similitudes sur le plan symbolique entre les deux formes d'équation suivantes : $y = mx + b$ et $ax + by + c = 0$, où x et y sont les variables et a , b et c des constantes. La première équation est familière à tous les élèves, c'est la forme la plus utilisée pour décrire une droite dans le plan cartésien. Pour la deuxième équation, étant moins utilisée, les élèves ne reconnaissent pas une autre façon de décrire la même droite.

Autres erreurs de syntaxe symbolique :

- Le non-respect des règles de priorité dans les opérations : prenons le cas de Nathalie et Sabrina qui n'appliquent pas correctement une règle (cf. annexe 2).
- L'omission ou le mauvais usage des parenthèses dans l'écriture d'expressions mathématiques : pour le calcul du périmètre d'un rectangle, Nathalie écrit : $P = L + l \times 2$ (cf. annexe 2).

La traduction en langage symbolique d'un énoncé mathématique formulé en langage naturel peut aussi occasionner des erreurs syntaxiques.

Reprenons l'énoncé cité précédemment : Le prix du livre est le double de celui du crayon.

Notons x le prix du livre et y le prix du crayon. Certains élèves écrivent $2x = y$, ce qui est inversé de la bonne formulation : $x = 2y$. L'erreur est due à une mauvaise traduction de l'énoncé.

II.2.2 Erreurs relevant de la compréhension des consignes

Ces erreurs peuvent être la conséquence du manque de maîtrise du langage mathématique. De plus, ce type d'erreurs apparaît dans la résolution d'exercices. Prenons le cas d'Isabelle qui, dans un QCM (questionnement à choix multiples), au lieu de choisir la bonne réponse, précise pour chaque proposition de réponse, ce à quoi elle correspond (cf. annexe 2).

II.2.3 Erreurs relevant d'habitudes scolaires

Accoutumés à un fonctionnement de la classe, les élèves fonctionnent comme des "petits spécialistes". En effet, ils produisent les réponses que l'on attend d'eux en occultant totalement la construction de celles-ci.

J'ai rencontré ce type d'erreur en classe lors de l'introduction de la notion de résolution des équations du premier degré à une inconnue. Caroline, avait une idée de la méthode de résolution : elle connaissait les premières étapes pourtant elle n'a pas su répondre à la question : « *pourquoi effectues-tu ces calculs ?* ». Ainsi, Caroline répondait correctement à ce qui était demandé et pourtant elle ignorait le but de ces calculs.

II.2.4 Erreurs témoignant des conceptions alternatives

Elles correspondent aux mauvaises conceptions des élèves. En effet, comme le souligne J.P Astolfi dans son ouvrage L'erreur, un outil pour enseigner : « *Les élèves n'attendent évidemment pas que vienne dans la progression une leçon sur les circuits électriques pour se construire mentalement, depuis l'enfance, un système cohérent d'explications à leur sujet.* »²

Ces conceptions très résistantes aux efforts d'enseignement se retrouvent dans presque toutes les notions scolaires : les mathématiques comme la biologie, la physique, l'histoire et la géographie en sont affectées.

En mathématiques, ce type d'erreur apparaît notamment lors de la leçon sur les pourcentages. En effet, les élèves ont une mauvaise « représentation » de la notion de pourcentage et de ce fait l'introduction des coefficients multiplicateurs leur semble dénuée de bon sens. Ils associent une augmentation (ou d'une réduction) de x %, à une addition (ou une soustraction) de x % .

II.2.5 La capacité à transférer

L'école reste imprégnée de la conception piagétienne qui postule pour la transversalité des apprentissages. Le transfert serait le fonctionnement "naturel" de la pensée, puisque, selon les situations et les domaines rencontrés par le sujet, les schèmes sont susceptibles de « *s'habiller* » de différentes façons. Cependant, ce transfert n'est pas aussi simple et donc un type fréquent d'erreur concerne les transferts entre disciplines.

Prenons l'exemple de la résolution d'un problème (économique par exemple), Caroline n'y parvient pas car elle ne connaît pas la signification du mot « consécutif » (cf. annexe 2).

Des travaux de psychologie cognitive ont été effectués. Deux modèles antagonistes apparaissent :

² J.P Astolfi fait référence à la synthèse qu'ont donnée A. Giordan et G. de Vecchi pour l'enseignement scientifique dans leur ouvrage Les origines de savoir (1987).

- le modèle de *psychologie génétique*, fondé sur un point de vue structuraliste, recherche les règles générales de la pensée qui peuvent se retrouver identiques au-delà de la diversité des conduites et des pratiques. Le transfert est ici un postulat de départ.
- le modèle de *psychologie cognitive*, orienté par une perspective plus fonctionnaliste, cherche empiriquement à comparer les fonctionnements cognitifs réels en fonction de la nature des problèmes traités. Le transfert est ici un horizon possible.

Pour comprendre les différences entre ces deux modèles, les psychologues distinguent deux traits : les *traits de structure* d'un problème (opérations logiques requises par la résolution) et ses *traits de surface* (variantes de « l'habillage » des énoncés). De ce fait, les élèves doivent faire face à ces deux situations dans des disciplines différentes. Ils ne pensent pas forcément à établir un lien.

Et pourtant l'école ne peut pas renoncer au transfert car elle manifeste l'exigence qu'un apprentissage produise des *effets au-delà* du moment de la situation où il a été produit. P. Meirieu affirme que « *le sujet ne progresse que s'il est en mesure de pratiquer un travail de changement de cadre, et d'expérimentation personnelle, des outils qu'il maîtrise aux situations qu'il rencontre. Le transfert renvoie finalement à l'activité d'un sujet qui se construit dans une histoire cognitive, mais aussi subjective et identitaire* ».

II.3 Erreurs liées aux dispositifs et modèles d'enseignement

II.3.1 La complexité interne du contenu

Certaines erreurs peuvent trouver leur origine dans la complexité propre au contenu d'enseignement. Dans son ouvrage L'erreur, un outil pour enseigner, J.P Astolfi affirme que cette complexité interne n'est pas toujours perçue comme telle par les analyses disciplinaires habituelles ni dans les progressions disciplinaires adoptées. Il donne un exemple adapté de C. Castela sur l'enseignement de la tangente au lycée, où les erreurs systématiquement commises correspondent à une extension non rectifiée de la solution apprise l'année précédente.

II.3.2 Décodage de la coutume scolaire

Les erreurs résultant d'habitudes scolaires et celles d'un mauvais décodage de la coutume didactique sont étroitement liées. En effet, dans les deux cas, l'élève « *raisonne sous influence* » (Y. Chevallard), il fonctionne comme une mécanique pour aboutir à la bonne réponse. L'erreur est alors due à la difficulté de décoder cette « *coutume didactique* » (N. Balacheff).

Mais, le problème qui se pose ici est : comment différencier les « *fausses erreurs* », celles qui masquent les progrès intellectuels en cours et les « *fausses réussites* » ?

III Traitement de l'erreur

Après avoir compris la logique de l'erreur, il convient de la faire surgir à l'élève. En effet, puisque l'apprentissage fonctionne comme un mécanisme de création - destruction

d'hypothèses, il faut que l'élève abandonne ses représentations mentales de départ pour être en état de recevoir celles que le professeur lui propose.

III.1 Manipulation du langage mathématique

Lors de l'analyse des erreurs commises par les élèves, il est apparu un type fréquent d'erreur : les erreurs langagières. Or, il s'agit nullement de s'y complaire, mais plutôt de mieux se positionner, de se donner les moyens de les traiter.

En mathématiques, tous les mots ont un sens bien précis. De plus, les mathématiques et le français sont intimement liés et indissociables.

De ce fait, j'ai proposé en séance de module des activités ayant pour objectif la manipulation du langage mathématique.

Mise en pratique:

Le traitement des erreurs langagières s'effectue en effectif réduit (séance de module donc classe séparée en deux groupes). Les activités sont à réaliser en autonomie.

Je propose six activités (cf. annexe 3) :

- ✂ Première activité : il s'agit de différencier la somme du produit et les mots s'y reportant.
- ✂ Deuxième activité : dans cette activité, ce sont les mots «opposé » et «inverse » qui sont traités.
- ✂ Troisième activité : je propose un exercice où les élèves doivent compléter les phrases par les mots «carré », «cube » ou «racine carrée ».
- ✂ Quatrième activité : il s'agit de traduire en langage symbolique un énoncé mathématique formulé en langage naturel et réciproquement.
- ✂ Cinquième activité : cette activité est une synthèse des précédentes. De plus, je propose un travail sur la compréhension des consignes.
- ✂ Sixième activité : un mot peut avoir un sens différent selon le thème auquel il est rapporté. Dans cette activité, nous considérons le mot addition et les thèmes suivant : mathématiques, chimie, restauration, dictionnaire, recette de cuisine, littérature.

La durée de recherche des élèves est de 1h30 et le bilan est de 25 minutes.

Résultats :

Les élèves, à la lecture des activités, ont manifesté leurs difficultés à donner un sens à chacun de ces mots.

Ce qui ressort de l'étude de l'activité 1 est :

- les mots «*somme* », «*différence* », «*produit* », «*quotient* », «*numérateur* » ont été placés correctement dans les colonnes;
- les mots «*moitié* », «*tiers* », «*double* », «*cube* » ont été plus difficilement placés.
- les élèves n'ont pas vu la différence entre les mots «*termes* » et «*facteurs* », c'est après leur avoir donné des indications que le sens de ces mots a été plus clair. Cependant, prenons le cas de Marjolaine qui semble ne pas connaître leur sens : elle n'a pas associé «*terme* » à une addition et ne précise pas pour «*facteur* » (cf. annexe 3).
- Le mot «*puissance* » est connu mais certains élèves sont incapables de lui donner un sens. De ce fait, soit il n'apparaît dans aucune colonne (travail d'Aurélie C, cf. annexe

3), soit il est noté dans une mauvaise colonne (Caroline l'associe à une addition, une soustraction et une multiplication, cf. annexe 3).

- En revanche, les élèves savent qu'une somme, qu'un produit, qu'un quotient sont respectivement le résultat d'une addition, d'une multiplication, d'une division.

L'exercice 2 a été pour la plupart des élèves très bien réussi. La majorité des élèves n'a dans un premier temps pas été capable de différencier «*opposé*» et «*inverse*» (à l'exemple de Marjolaine, cf. annexe 3). De même, des difficultés se sont posées pour «*double*» et «*carré*», «*triple*» et «*cube*». De plus, pour la phrase «*x est le carré de ... et de ...*», les élèves n'ont soit pas répondu, soit ont complété qu'une partie de la phrase.

Traduire en langage symbolique un énoncé mathématique formulé en langage naturel et réciproquement apparaît comme un exercice très difficile pour les élèves. En effet, celles-ci, sans indications de ma part, semblent ne pas savoir comment raisonner et donc perdre confiance. L'activité 4 a été traitée par la majorité des élèves contrairement à l'activité 5.

Par ailleurs, il semble que les élèves ne lisent pas avec attention les consignes. En effet, dans l'activité 6, la consigne est dans un premier temps de souligner les mots et données numériques importants. Au vu du travail effectué, seule Aurélie a respecté la consigne. Ce qui montre bien que des erreurs sont commises à cause d'une lecture trop rapide des consignes (ici, nous pouvons rejeter l'hypothèse de la mauvaise ou la non compréhension de la consigne).

Enfin, l'activité 6 a été traitée et correctement réalisée. Au travers de cette activité, les élèves ont été surpris par les différents sens que peut avoir le mot «*addition*».

Discussion :

Ces activités paraissent nécessaires pour donner un sens aux mots mathématiques. Ce qui m'interpelle, c'est que les élèves utilisent et ce depuis quelques années déjà des mots dont ils ne sont pas capables de donner un sens. Alors, il me semble judicieux de traiter l'erreur dans un premier temps par la manipulation du langage mathématique.

Tout au long de la séance, les élèves m'ont sollicitée pour avoir des indications de réponse ; donc peut-être il serait intéressant de faire un «*rappel*» des notions avant le travail personnel. La dernière activité fait appel à l'interdisciplinarité.

De plus, par manque de temps, je n'ai pas pu proposer des activités traitant des erreurs langagières dans le langage graphique.

L'erreur, pour qu'elle soit un outil d'apprentissage, ne doit pas être ignorée, mais elle ne doit pas non plus être dissimulée dans la manière directe de donner la réponse attendue. Traiter l'erreur de façon uniforme, c'est-à-dire réexpliquer de façon différente la consigne ou l'information de référence sans tenir compte de la réaction de l'apprenant, serait inefficace. En revanche, le traitement différencié est un moyen de rendre l'erreur au service de l'apprentissage. En effet, il s'agit ici de considérer les erreurs de l'élève et celui-ci sera amené à les corriger lui-même (après une discussion sur ces erreurs et une aide éventuelle du professeur). L'erreur est bien, dans ce cas, au centre de l'apprentissage.

Dans la suite de ce mémoire, je me limiterai au traitement de l'erreur dans l'étude des équations du premier degré à une inconnue: résolution de l'équation et mise en équation de problèmes se ramenant à une telle équation.

Le traitement de l'erreur s'effectue à plusieurs niveaux de l'étude: dans les méthodes de résolution et de mise en équation de problème, dans la correction des devoirs surveillés, dans la rédaction des devoirs - maison.

III.2 Mise en équation d'un problème

Pour introduire et prévenir l'erreur sur la notion de mise en équation d'un problème (et par la même prévenir les erreurs langagières), j'ai proposé aux élèves les activités que je présente ici.

Mise en pratique :

La séance de module dure 55 minutes.

Je propose quatre activités à réaliser en autonomie (cf. annexe 4). Tous les élèves doivent traiter dans le temps imparti les trois premières activités ; la quatrième activité est réservée à ceux qui ont terminé avant la fin de la séance (pédagogie différenciée).

✍ Dans la première activité, je présente cinq énoncés de problèmes et neuf équations, puis un tableau à trois colonnes décrit ci-dessous (je ne décris ici que le tableau pour un texte) :

Texte	L'équation que je propose	L'équation correcte
	Justification	Attention

Les élèves doivent associer à chaque texte l'équation qui en est la traduction. Ils reportent les réponses et les justifications dans la deuxième colonne du tableau. C'est lors de la mise en commun des résultats que la troisième colonne est complétée. Dans la consigne, il est indiqué que dans la rubrique «attention» les élèves doivent noter lorsqu'il y a des erreurs ce qui est à l'origine de celles-ci. Cette mise en commun est faite dès que tous les élèves ont terminé l'activité.

✍ Le "raisonnement" de la deuxième activité est inversé de celui de la première activité. En effet, je propose ici une équation et trois textes, puis un tableau à deux colonnes (même principe que le tableau précédent).

Les élèves doivent retrouver le texte dont l'équation en est la traduction. Et, comme dans la première activité, ils notent la réponse et la justification dans la première colonne ; la deuxième colonne sera complétée lors de la mise en commun (faite dès que tous les élèves ont terminé).

✍ Dans la troisième activité, les élèves doivent écrire les équations qui correspondent aux deux autres textes. Cette activité est donc un bilan des deux autres.

✍ La quatrième activité, réservée à ceux qui ont terminé les trois premières, est une application de la mise en équation et de la résolution des problèmes : cinq problèmes sont posés.

Résultats :

Les élèves ont bien compris le travail à faire. Cependant, la traduction en langage symbolique d'un énoncé mathématique formulé en langage naturel apparaît de nouveau comme un exercice difficile pour beaucoup d'entre elles. Elles parviennent au résultat plus par élimination que par un raisonnement bien construit. Tout au long de l'activité, chaque élève, les unes après les autres, me sollicite pour avoir des indications ; c'est alors que petit à petit son raisonnement se construit et parvient à trouver la réponse exacte.

Le but est de donner aux élèves le goût de se poser des questions et de réfléchir par eux-mêmes. Les difficultés rencontrées qui ont engendré des erreurs sont:

- que représente x dans chaque équation?
- dans le texte 2 : comment calcule-t-on le *périmètre* d'un rectangle ? comment traduit-on le « double » dans « *la longueur est le double de la largeur* ». Aurélie S. et Mélanie ont choisi l'équation 6 (cf. annexe 4) , il y a dans ce cas confusion entre le sens des mots « double » et « carré ».
- dans le texte 3 : quelle est l'*inconnue* ? une fois l'inconnue choisie, comment définir les deux autres ? Fanny et Mélanie ont défini l'inconnue mais elles n'ont pas su traduire l'énoncé en langage mathématique (cf. annexe 4).
- dans les textes 4 et 5 : Caroline a été bloquée par la signification du mot « *consécutif* », ce qui relève d'une erreur ayant une origine dans une autre discipline (le français ici). De plus, quels sont les « *nombre impairs* » ?

Les élèves ont abordé beaucoup plus facilement l'activité 2. Toutes les réponses proposées ont été le texte 2. Celles qui ont compris le raisonnement à suivre, ont résolu la troisième activité sans grande difficulté.

Quatre élèves m'ont "demandé" l'activité 4 : elles n'ont certes pas eu de temps de résoudre les cinq problèmes mais elles ont réfléchi sur au moins deux d'entre eux. Prenons le travail de Myriam : Myriam a résolu les problèmes en suivant les étapes suivantes: choix de l'inconnue, mise en équation, résolution de l'équation et conclusion. Par manque de temps, elle n'a pas noté la conclusion du Problème 2 mais me l'a précisée oralement à la fin de la séance.

Discussion :

Je pense que proposer cette séance en classe de module est une bonne chose car les élèves, individuellement, m'ont beaucoup sollicitée pour avoir des pistes, des indications. De plus, j'ai pu m'intéresser au travail de chaque élève, comprendre leurs erreurs et lui fournir des indications lorsque cela a été nécessaire.

Dans la première activité, j'ai choisi les textes de la façon suivante : deux situations tirées de la vie économique (Textes 1 et 3), un énoncé mathématique se référant à la géométrie (Texte 2) et deux à l'algèbre (Textes 4 et 5).

Par ailleurs, il me semble intéressant de choisir pour l'activité 2 des textes issus de la vie économique (élèves de 2.MdS), d'où le choix de situations faisant intervenir un chef d'entreprise, des salariés et une prime.

Les élèves ont, au travers de ces activités, se rendre compte de leurs erreurs, de les comprendre et de les corriger.

Pour évaluer l'efficacité de ce traitement de l'erreur, j'ai proposé le travail que je présente ci-après.

III.3 Le travail de groupe

Pour effectuer un travail direct sur l'erreur, j'ai proposé un travail de groupe dont l'objectif est la résolution de problèmes se ramenant à une équation du premier degré à une inconnue.

Mise en pratique :

Ce travail est à réaliser par groupe de trois ou quatre élèves. Les élèves ont fait le choix, en fonction des affinités de chacun, de se placer eux-mêmes dans les différents groupes.

Dès le début de la séance, j'annonce les objectifs et présente le sujet (cf. annexe 5).

Je propose huit problèmes traitant de situations différentes (énoncés mathématiques, problèmes économiques, exercice ludique).

Dans chaque groupe, un rapporteur est désigné.

La durée de la séance est répartie de la façon suivante : quinze minutes pour la résolution des quatre premiers problèmes, quinze minutes pour la mise en commun et la synthèse, vingt minutes pour la résolution des quatre derniers problèmes et quinze pour la mise en commun et la synthèse.

Résultats et discussion :

Sans avoir imposé les groupes, il s'est avéré que ceux-ci étaient hétérogènes.

Le choix des différentes situations et les notions abordées n'est pas anodin. En effet, je les ai choisies par rapport aux erreurs rencontrées durant les séances précédentes.

- dans le premier problème, les mots « *double* », « *augmenté de* » sont importants;
- les notions de fraction et de pourcentage sont abordées respectivement dans les deuxième et troisième problèmes;
- dans le quatrième problème apparaissent les notions de fraction, de diminution et de périmètre d'un rectangle.

Les problèmes 5, 6, 7 et 8 sont des problèmes tirés de situations réelles.

Les élèves (toutes) ont résolu les problèmes en raisonnant par étape : choix de l'inconnue, mise en équation du problème, résolution de l'équation et enfin conclusion. (travail sur la méthodologie).

Les six premiers problèmes ont été traités par toutes. Seuls quelques élèves ont résolu le septième et le huitième n'a pas été abordé. Ainsi, il aurait peut-être été préférable de réduire le nombre de problèmes proposés (bien que l'objectif n'était pas de résoudre les huit problèmes).

Dans l'annexe 5, je reporte quelques travaux d'élèves.

Tout au long de ce travail de groupe, chaque élève a pu parler, être écouté sans être ni interrompu ni rejeté, s'opposer en proposant un avis différent, changer d'avis en découvrant de nouvelles idées par rapport aux arguments développés par les autres.

Le groupe, lui, a su consulter l'avis de chacun, mettre en évidence tous les points de vue, toutes les oppositions et tous les arguments. Enfin, il a construit une production qui répond aux objectifs annoncés et à la consigne donnée pour décider d'une solution qui semble être la meilleure.

Ainsi, grâce au travail de groupe, l'élève, n'apprend pas seul mais construit son savoir face et à travers les autres. De ce fait, l'erreur et le traitement de l'erreur sont abordés différemment dans cette ambiance d'entraide plutôt que de compétition.

Au vu des résultats annoncés lors des mises en commun, nous avons pu noter que les erreurs précédemment commises ne figurent pas dans ce travail.

Cependant, il est certainement trop rapide de conclure de l'efficacité du travail sur la mise en équation des problèmes et du travail de groupe. Ici, le fait que l'erreur ait bien été au

service de l'apprentissage peut s'expliquer par la motivation et le besoin d'échanges des élèves.

Un autre moyen direct pour traiter l'erreur est la correction des devoirs surveillés.

III.4 La correction des devoirs surveillés

La correction de devoirs surveillés pose un problème quant à la motivation des élèves et l'efficacité de celle-ci. En effet, il est fréquent que des erreurs pourtant corrigées se répètent.

Il y a quelques années encore, pour moi, une correction de devoir surveillé se résumait à la seule prestation du professeur qui, son corrigé sous les yeux, rédigeait au tableau les différentes réponses aux exercices.

Aujourd'hui, je pense qu'une correction de devoir limitée à la seule prestation du professeur au tableau est dénuée de tout intérêt et ne tient nullement compte du travail de l'élève et des ses erreurs. Le fait de fournir directement à l'élève la reformulation directe d'une partie erronée est une manière de considérer l'erreur comme un produit fini.

De plus, le professeur est alors seul à travailler, les élèves se contentant de recopier ce que celui-ci écrit au tableau, sans aucun effort de recherche. Il n'y a alors aucune interactivité entre professeur et élèves. Sauf rare exception, les élèves les plus en difficulté n'osent pas intervenir pour demander une explication supplémentaire. Ces élèves pensent qu'ils sont les seuls à ne pas comprendre ou à ne pas savoir et se replient alors sur eux - mêmes. D'autres, indifférents à ce qui se passe en classe à ce moment là, se contentent de recopier la correction du professeur sans aucun effort de compréhension. Il va sans dire qu'une minorité d'élèves prend alors le temps de revenir sur leur devoir et qu'une majorité d'entre eux considère que "l'affaire est classée", comme leur devoir et la correction de celui-ci dans leur classeur. Dans ce type de correction, l'erreur n'est évidemment pas un outil pour apprendre.

Pour rendre alors la correction plus efficace et donc plus centrée sur l'élève, j'ai opté pour un type de correction que je présente ici.

Mise en pratique:

Lorsque je corrige les devoirs, je repère les différents types d'erreurs commises par les élèves et je les note sur une feuille séparée.

Lors de la correction en classe, je ne commence pas par la remise des copies. Dans un premier temps, je donne une appréciation générale du travail de la classe. Puis, le travail suivant se présente sous forme d'un tableau à trois colonnes (cf. annexe 6):

Les erreurs	Corrigé des erreurs	Ce que je dois faire, savoir et savoir-faire pour éviter les erreurs

Dans la première colonne, je dresse les erreurs les plus fréquemment commises par les élèves (ce tableau ne regroupe pas toutes les erreurs commises).

Les élèves participent au remplissage des deux autres colonnes.

Une fois le tableau complété, je rends les devoirs.

Le travail suivant est la correction du devoir : chaque élève doit compléter le tableau en tenant compte de ses erreurs et rédiger une correction complète du devoir. Ce travail est à faire à la maison pour la semaine suivante. Les élèves peuvent (et doivent pour ceux qui ont des difficultés) utiliser les activités et exercices traités en classe pour rédiger la correction.

Si la correction d'une question n'a pu être réalisée par un grand nombre d'élèves, il est nécessaire de donner une correction plus directive.

Résultats et discussion :

Ce type de correction est centré sur les erreurs de l'élève. L'objectif pour l'élève est de repérer les erreurs, de les corriger pour éviter de les reproduire.

Les élèves, « habitués » à une correction écrite au tableau par le professeur, n'ont pas compris dans un premier temps l'intérêt de ce type de correction.

Ce qui ressort de ce travail sur la correction du devoir surveillé *Equation du premier degré à une inconnue*, c'est la difficulté à compléter la troisième colonne.

En effet, trouver l'erreur et la corriger ne semble pas poser problème aux élèves. Ce qui est plus difficile pour elles, et c'est normal, c'est de trouver la cause de cette erreur et par là même de trouver le moyen pour y remédier.

Lorsque les élèves ont compris d'où venait l'erreur, elles n'ont pas été en mesure de dire ce qu'il fallait faire pour l'éviter, alors :

- elles n'ont pas complété la feuille (un seul cas s'est présenté: la correction de Sabrina),
- ou bien elles n'ont pas complété troisième colonne (mais cela a été plutôt rare),
- mais plutôt, dans la troisième colonne, les élèves ont souvent noté : « *je dois étudier le cours* », « *je dois bien lire l'énoncé* », « *je dois relire ce que j'ai écrit* », « *je dois mieux apprendre la leçon* » (cf. annexe 6). Cela montre bien que les élèves ne s'intéressent pas aux mécanismes, elles sont incapables de donner la cause précise de leurs erreurs.

Ce type de correction favorise la communication entre élèves et professeur car il permet à celui-ci d'intéresser au travail de chaque élève et de remédier plus efficacement à ses difficultés.

Limites de ce type de correction :

À la suite de cette correction, il me semble important que les élèves commettant les mêmes erreurs, aient une séance consacrée à la difficulté en question. C'est en aide individualisée, et peut-être selon le cas en module, que ces erreurs peuvent être traitées. Mais, le nombre de séances (limité) ne permet pas toujours d'approfondir l'étude de toutes les erreurs.

Par ailleurs, cette correction n'est pas toujours possible. En effet, l'intérêt serait moindre si la notion abordée n'avait pas été comprise par la majorité des élèves ; ceux-ci éprouveraient d'importantes difficultés à repérer leurs erreurs et donc les corriger.

De ce fait, il est très intéressant de faire des évaluations intermédiaires avant chaque devoir surveillé pour faire un bilan sur les connaissances acquises. Cela permet de mieux aborder la synthèse qu'est le devoir surveillé. Cependant, le manque de temps ne permet pas de proposer systématiquement ces évaluations intermédiaires écrites. Et pourtant, les évaluations orales ne sont pas, pour moi, suffisantes pour détecter toutes les incompréhensions des élèves.

III.5 Résolution d'équations du premier degré à une inconnue

Suite au traitement de l'erreur effectué lors de la correction du devoir surveillé, il m'a semblé important de faire une étude de la résolution d'équations du premier degré à une inconnue à partir des erreurs commises dans le devoir notamment.

Mise en pratique :

La séance se déroule en module, la durée est d'une heure.

Je propose quatre activités dont trois sont à réaliser en autonomie et la quatrième en binôme (cf. annexe 7).

- ✍ Dans la première activité, il s'agit de retrouver et de réécrire l'ordre logique de la résolution d'une équation.
- ✍ Dans la deuxième activité, je pose une équation et je propose une résolution comportant au moins une erreur par ligne. Les élèves doivent retrouver les erreurs, les classer en plusieurs catégories (erreur de calcul, mauvaise écriture ou simplification impossible, mauvaise application d'une règle ou d'une propriété, erreur dans la présentation) (voir tableau ci dessous) pour résoudre ensuite correctement l'équation.

Erreur de calcul	Mauvaise écriture ou simplification impossible	Mauvaise application d'une règle ou d'une propriété	Erreur dans la présentation

Les élèves doivent, en utilisant ce qui a été traité précédemment, résoudre une équation dans l'activité 3.

- ✍ Enfin, la quatrième activité est une correction de copies, erreurs commises par ces mêmes élèves. Ils doivent repérer les erreurs, préciser le type, et les corriger.

Résultats :

La première activité a été traitée correctement par les élèves, avec plus ou moins de facilité. En revanche, dans l'activité 2, nous pouvons retrouver les mêmes erreurs que celles rencontrées dans le devoir (essentiellement celles relevant d'une mauvaise application d'une règle ou d'une propriété).

Prenons le travail d'Aurélié M. : dans l'activité 2, elle n'a pas repéré l'erreur relevant d'une mauvaise application de la propriété de distributivité. De plus, elle n'a pas su classer les erreurs selon les catégories proposées. Par contre, dans l'activité 4, elle a repéré et signalé ce type d'erreur, une interprétation possible est qu'elle connaît la propriété mais elle ne sait pas l'utiliser correctement.

Seuls quelques élèves ont résolu l'activité 3 (cf. annexe 7: travaux de Béatrice, Sabine, Aurélié M).

Discussion:

Les élèves, motivées tout au long de la séance, ont manifesté une réelle envie de trouver et corriger les erreurs. Le fait que j'ai repris leurs erreurs les a d'autant plus motivées. Mais nous pourrions nous demander si tous les élèves réagiraient ainsi. La réponse positive en est moins sûre. En effet, corriger les erreurs des autres peut paraître pour certains dénué d'intérêt.

Ce qui ressort de nouveau, c'est leur difficulté à trouver la cause et le type des erreurs. Donc je pense qu'il est judicieux de classer dans un tableau les différentes catégories d'erreurs.

Par ailleurs, la quatrième activité, réalisée en binôme, a suscité des échanges d'idées, chacun développant ses arguments. Mélanie et Isabelle n'étaient pas d'accord sur les erreurs commises. Après que chacune m'ait exposé ses arguments, je les ai guidées (sans donner de réponse) ; ce n'est qu'à la suite de ces indications que les deux élèves se sont accordées pour donner une réponse commune (qui s'est avérée exacte).

IV Oral : rebondir sur ses erreurs

Je présente ici une autre façon de traiter l'erreur.

IV.1 Vers une pédagogie de discussion

Dans le traitement précédent de l'erreur, le professeur tente d'interpréter la logique des erreurs de l'élève. Mais, qui peut prétendre que cette logique, subitement dévoilée, est bien le reflet réel du cheminement intellectuel de l'élève. En effet, comme nous avons pu le constater plusieurs interprétations peuvent être possibles.

Reprenons le travail d'Aurélie M. effectué lors du traitement de l'erreur *Résolution d'équations du premier degré à une inconnue*. Dans l'activité 2, elle n'a pas repéré l'erreur relevant d'une mauvaise application d'une propriété (la distributivité ici) alors que dans l'activité 4 elle la corrige. Donnons l'interprétation possible évoquée : Aurélie connaît la propriété mais ne sait pas l'appliquer à l'endroit opportun. Mais est-ce réellement la seule interprétation possible ?

Donc des données objectives, telles que la trace écrite ou orale des opérations intellectuelles de l'élève qui l'ont engendrée, ne suffisent pas. Pour analyser l'erreur, il faut questionner l'élève. La démarche étant singulière, propre à l'élève, « aucune grille d'erreurs, souligne A. Cain [1994] ne permet d'avoir accès à ces constructions de systèmes intermédiaires ».

Pour prendre en compte les erreurs de l'élève il est nécessaire de les entendre et de les comprendre. Mais qu'on devine comment l'élève a pensé et qu'on lui en fasse part ne suffit pas. Il faut que ce dernier s'en aperçoive lui-même, qu'il en prenne conscience, et pour cela, qu'il le verbalise. C'est la condition pour qu'il progresse dans son apprentissage (c'est ainsi qu'il y a destruction et re-création d'hypothèses).

IV.1.1 Un outil de travail sur l'erreur : la métacognition

La *métacognition* est une stratégie particulière qui signifie : réfléchir sur la manière dont on travaille. On nomme ainsi les moments et occasions de revenir sur un travail déjà effectué pour le réexaminer mentalement, pour en dégager les caractéristiques et parvenir à terme à construire consciemment sa pensée. Donc les pratiques métacognitives consistent à poser des questions à chaque élève et à l'aider à les résoudre.

À partir de l'enregistrement de la conférence de P. Meirieu du 20/11/1992, S Simoulin nous expose les pratiques métacognitives dans la classe qui amènent à se poser quatre types de questions³ :

- Quelle est ma tâche et à quoi saurai-je que je l'ai réussie ?
- Quel problème dois-je résoudre pour accomplir cette tâche ?
- Quelles connaissances dois-je utiliser pour résoudre ce problème ?
- Quelles stratégies personnelles dois-je mettre en œuvre pour acquérir ces connaissances ?

La *métacognition* a des effets sur l'enseignant et sur l'élève. En effet, le professeur découvre des procédures d'apprentissage différentes des élèves (qui amène une pédagogie différenciée) ; l'élève découvre lui-même son propre fonctionnement intellectuel (il sera plus autonome).

J'applique ces pratiques essentiellement en séance de module et en aide individualisée, les élèves peuvent prendre plus facilement et plus souvent la parole au vu de l'effectif réduit.

Mise en pratique :

À la suite de l'étude des équations et inéquations du premier degré à une inconnue, les élèves ont réfléchi sur trois problèmes (en devoir-maison).

Nous nous intéresserons ici qu'à une partie du Problème 1 (partie du devoir faisant intervenir des équations) (cf. annexe 8).

L'objectif de traiter la compréhension des consignes, puis la mise en équation du problème et enfin la résolution.

Le problème *Le mystère de la pierre magique* est un problème assez complexe où interviennent un patron, un apprenti, une pierre et une certaine somme d'argent. À partir de différentes situations, les élèves doivent modéliser le problème.

Bilan :

Les élèves qui ont compris le cheminement du raisonnement ont su mettre le problème en équation et donc le résoudre (cf. annexe 8: devoirs d'Emilie, d'Aysé et de Béatrice). En revanche, celles qui ont eu des difficultés à comprendre ce qui est demandé ont fait des erreurs (cf. annexe 8: devoirs de Mélanie, de Myriam). Donc, pour ces dernières, au lieu d'effectuer une correction au tableau qui ici aussi semble avoir peu d'intérêt, j'ai préféré en aide individualisée faire une étude plus approfondie de ce problème. Il s'agit ici, en particulier, du traitement de l'erreur relevant de la compréhension de l'énoncé et des consignes.

~~✍~~ Première étape : les élèves soulignent les mots importants pour la compréhension et la résolution du problème.

~~✍~~ Deuxième étape : chaque élève expose son travail et précise ses choix.

~~✍~~ Troisième étape : mise en équation et résolution du problème.

Je présenterai les étapes suivantes et les résultats de cette séance dans la partie: *IV.2 Une communauté d'apprentissage*.

C'est tout au long de cette troisième étape que j'ai appliqué les pratiques métacognitives. Ce questionnement a permis, pour eux et pour moi, de mettre à jour à jour la logique des élèves : leur propre cheminement intellectuel est « sorti » de l'obscurité, de la confusion (dans certains cas) et la logique a pu être exprimée.

³ Cf. Communiquer! Oui... mais comment? n°2, avril 1994, P 20.

IV.1.2 L'oral dans le processus d'apprentissage

Dès les premières semaines de mon stage en responsabilité, j'ai constaté que certains élèves se contentent d'une réponse brève, attendant de moi que je devine ce qu'ils veulent dire. Alors rentrer dans leur jeu, c'est finalement leur attribuer notre façon de penser.

Ainsi, il est indispensable que l'élève verbalise lui-même, car, si le professeur lui propose une interprétation en lui demandant si c'est bien cela qu'il avait en tête alors il ne manquera pas de s'y souscrire. Mais comment pourra-t-il comprendre s'il est fermé au discours au professeur, enfermé dans ses schèmes explicatifs qui demeurent incohérents ? Il faut donc donner la parole à l'élève. C'est pourquoi A. Cain ([1994]) souligne : « *Sans prise de conscience et sans verbalisation, si la construction demeure du domaine de l'inconscient et de l'implicite, aucune remédiation n'est possible, ni - et c'est sans doute le plus important - , aucune autonomie de correction.* »

Donc, en questionnant (oralement) l'élève, le professeur est incité à cesser de dire « non » à une réponse erronée, et de ne retenir que les réponses correctes, qui servent à bâtir directement le cours. Une telle attitude est propice au découragement des élèves dont la réponse est invalidée sans motif.

Par ailleurs, pratiquer le questionnement oral permet au professeur d'inciter l'élève à s'exprimer , à expliquer, à expliciter sa pensée, quand sa réponse est erronée, mais également quand elle est correcte. Dans ce dernier cas, la question est : « *Comment avez-vous procédé pour obtenir ce résultat ?* ». L'élève doit toujours être sollicité.

La verbalisation est donc la condition de la progression de l'apprentissage.

IV.1.3 Le questionnement d'explicitation

Pour comprendre la logique de l'erreur, il est donc indispensable que l'élève en parle puisqu'il est le seul à pouvoir la révéler. Cependant, il est certainement trop rapide de dire qu'il suffit que l'élève parle car la chose n'est pas aussi simple. Tous les élèves ne sont pas égaux dans l'expression des mécanismes mentaux qu'ils ont mis en œuvre, et il se peut qu'il y ait une distance entre ce que l'élève a conçu et ce qu'il en dit. En effet, il n'est pas forcément facile d'expliquer verbalement ce que l'on a fait : verbaliser une action n'est pas naturel. Il semble alors qu'il y a une limite à la verbalisation de l'élève.

P. Vermersch est bien conscient de cette limite ; c'est pourquoi il affirme qu'il est possible de la contourner à condition de prendre des précautions dans la manière de questionner l'élève. C'est dans cette perspective qu'au début des années 1990, il a mis au point *l'entretien d'explicitation*.

L'entretien d'explicitation constitue un ensemble de techniques qui ont pour but de favoriser, d'aider, de solliciter la mise en mots descriptive de la manière dont une tâche a été réalisée. L'entretien d'explicitation vise donc en priorité la verbalisation de l'action, telle qu'elle est effectivement mise en œuvre dans l'exécution d'une tâche précise. Bien entendu le terme d'action ne recouvre pas seulement des actions matérielles, mais comprend aussi les actions mentales.

Cette technique requiert l'accord de l'élève et la synchronisation du questionneur sur l'élève, en ce qui concerne son débit de parole (ralenti lorsqu'en évocation), son type de langage, ses postures...

Selon de nombreux praticiens, cette méthode de questionnement a de nombreux effets positifs :

- *elle change la relation professeur-élève.* En effet, le regard porté par le professeur sur l'élève est différent car celui-ci devient sujet, porteur d'une pensée originale, donc intéressante et souvent surprenante. L'élève, lui, se sent écouté par quelqu'un qui s'intéresse à lui pour ce qu'il a fait et non plus pour ce qu'il aurait dû faire ; il se sent donc respecté comme individualité. De plus, la relation de pouvoir autour du savoir est modifiée car, ici, l'élève possède les informations (démarche intellectuelle) et le professeur est en position de demandeur de ces informations.
- *elle instaure de nouvelles relations entre les élèves* qui respectent les erreurs des autres. Ils s'écoutent parce qu'ils font chacun régulièrement l'expérience.
- *elle change le rapport de l'élève au savoir et à l'erreur.* Un accent est mis sur les méthodes et les savoir-faire transférables : savoir comment on a fait est plus important que de savoir si c'est juste ou pas. Ainsi, l'erreur n'est plus culpabilisante, elle devient un outil pour apprendre. Lorsqu'on propose à l'élève qui dit « je ne sais rien faire » de montrer ce qu'il a commencé à faire ou qu'on propose à celui qui prétend « *je ne comprends rien* » de dire ce qu'il comprend quand il affirme cela, on lui montre qu'il peut souvent répondre seul à sa question, on lui fait prendre confiance en lui. C'est par l'évocation que l'élève apprend à se saisir de ce qu'il sait déjà et qu'il croit ignorer ou avoir oublié.

Cependant, les praticiens se rendent compte que cette méthode de questionnement présente des limites :

- les questionnements s'adressent généralement à un seul des élèves et en présence de tous les autres. Donc, il peut être difficile de questionner un élève dans une classe agitée;
- de ce fait, dans cette ambiance agitée, le questionnement peut s'interrompre dès que le professeur croit savoir comment l'élève raisonne, sans que celui-ci ait pris conscience de son propre raisonnement.
- Un dernier point, sur lequel tous s'accordent, est que pour utiliser et maîtriser cette méthode, une formation puis un suivi par un formateur sont nécessaires.

Dans ma pratique, j'ai essayé de tenir compte de ces techniques pour modifier mon questionnement : ne pas poser les questions en termes de « *pourquoi* » mais plutôt privilégier celles en termes de « *quoi ?* » ou « *comment ?* » pour saisir le cheminement intellectuel de l'élève. Cependant, n'étant pas formée (et ne connaissant pas toutes les finalités) pour cet entretien d'explicitation, il m'a semblé très difficile de le mettre en place avec mes élèves.

IV.2 Une communauté d'apprentissage

Comme nous venons de le mentionner, le fait de verbaliser modifie la relation élève - professeur, et par la même l'analyse et le traitement de l'erreur de l'élève.

Mais, comment réagit le reste de la classe pendant que le professeur questionne un élève ? Est-il distrait ? Ecoute-t-il ? Réagit-il ? Prend-il part à la discussion ?

Intéressons nous, à présent, à la relation qui s'instaure entre les élèves.

Avant tout, il est nécessaire de transformer la classe en un lieu accueillant, en une réelle communauté d'apprentissage basée des interactions relevant du partenariat. C'est pourquoi, dès qu'un élève prend la parole et expose son point de vue, je m'adresse à la classe par des questions du type : «*êtes-vous d'accord avec ce que vient de dire Angélique ? qui n'est pas d'accord avec elle ?* ». Ainsi, il y a confrontation des démarches des élèves entre elles. La relation élève-professeur s'efface pour laisser place à une interaction élève-élève, dans un *conflit sociocognitif*.

Les *conflits sociocognitifs* permettent des progrès intellectuels par le jeu des interactions entre élèves, sans qu'il soit nécessaire que l'un d'eux soit plus avancé. A.N. Perret-Clermont, W. Doise et G. Mugny, continuateurs des travaux de Piaget, ont montré que c'est la qualité des interactions entre elles qui est ici source de progrès, dans la mesure où l'écoute respective a des chances d'être plus forte que si le professeur expose au tableau la correction-type. D'autres chercheurs, notamment autour de M. Gilly, ont élargi l'étude des interactions dans les apprentissages et montré que toutes les formes d'interactions entre apprenants, et toutes les occasions de collaborations entre eux, favorisent à des degrés divers l'avancée cognitive (non seulement les conflits sociocognitifs, mais aussi les constructions communes, les «*collaborations acquiesçantes* » où l'un propose et l'autre suit, les confrontations argumentées...)

Une autre idée des comparaisons de démarches au sein de la classe est celle de *zone proximale*, favorable aux apprentissages. De ce point de vue, ce qui fait la force du travail en commun des élèves sur des propositions des uns des autres, c'est qu'elles sont plus proches entre elles qu'elles ne le sont de la solution du professeur.

Dans ma classe, le travail sur l'erreur s'appuie énormément sur ces interactions entre élèves.

Je vous présente ici deux situations rencontrées en aide individualisée :

☞☞Première situation :

Reprenons l'étude du problème *Le mystère de la pierre magique* (devoir-maison) dont les trois premières étapes, traitées en aide individualisée, sont exposées dans la partie : *IV.1.1 Un outil de travail sur l'erreur: la métacognition*.

Dans la quatrième étape, chacune expose son travail au tableau.

☞☞Deuxième situation :

Avant que les élèves réfléchissent sur le devoir surveillé *Equations du premier degré à une inconnue*, j'ai proposé (en aide individualisée) à sept d'entre elles un travail direct sur l'erreur. J'ai noté des équations au tableau, et après une recherche personnelle, chacune est venue exposer son travail sur une des équations.

Les élèves ont été actives et désireuses d'aller exposer le fruit de leurs recherches au tableau. Les élèves ont été en réelle situation d'apprentissage : en venant exposer leur travail, même présentant des erreurs, elles sont venues se confronter aux autres. Elles ont dû s'exprimer clairement et argumenter leur point de vue. En retournant à leur place et en écoutant d'autres camarades venir exposer à leur tour une méthode différente, elles ont pu envisager une autre solution que la leur. Certaines se sont alors rendues compte de leurs erreurs.

Précisons qu'il est important, lors de la présentation d'une méthode par un élève en difficulté, de lui laisser le temps de formuler sa réponse et éventuellement de l'aider à s'exprimer clairement par un questionnaire annexe.

La présentation à l'ensemble de la classe des différentes méthodes proposées par des élèves permet de prendre des idées différentes et de lancer un débat permettant d'élaborer en commun une proposition correcte. Cela entraîne une phase d'argumentation où certains élèves vont tenter de défendre leurs idées jusqu'à se rendre compte de leurs erreurs.

Ce travail de recherche et d'acceptation d'une solution correcte à un problème donné conduit les élèves à prendre du recul par rapport à leurs conceptions initiales et à revenir sur leur raisonnement erroné. Ils construisent eux-mêmes leur savoir.

CONCLUSION

Au terme de ce travail, il est légitime d'affirmer que l'erreur correspond à un matériau de travail, à un signe d'un apprentissage, en train de se réaliser : elle est donc utile. Ainsi, il est évident qu'analyser l'erreur, la traiter en s'appuyant sur elle, amène l'élève à progresser, puisque ce dernier a identifié une procédure, un savoir et qu'il va pouvoir le réemployer plus facilement. L'erreur est bien un témoin d'une évolution en cours... De ce fait, une pédagogie de l'erreur (et au « droit à l'erreur » qu'elle octroie) est nécessaire.

Le travail de recherche effectué dans le cadre de ce mémoire et son réinvestissement en classe m'auront permis de réajuster mon point de vue sur l'erreur. J'ai pu reconsidérer ma façon d'intervenir dans la classe et adapter à mes élèves les différentes activités proposées.

Quant aux procédures que j'ai mises en oeuvre, les résultats obtenus sont une raison à priori de croire en leur efficacité. Cependant, il m'est difficile de mesurer cette dernière car un grand nombre de facteurs favorables interviennent : le retour sur les erreurs, les interactions dans la classe, le mûrissement général et surtout la motivation, la volonté d'apprendre de mes élèves.

De plus, j'ai pu réfléchir à la place des élèves dans le processus de correction des devoirs surveillés, tentant de réduire la fréquence de leurs erreurs et les rendre de plus en plus autonomes.

Enfin, je me suis intéressée à une forme d'enseignement par la discussion. Il est intéressant dans la mesure où il permet d'éliminer rapidement des modes de raisonnement erronés.

BIBLIOGRAPHIE

Monographies

ASFOLFI, J.P. L'erreur, un outil pour enseigner. Paris : ESF éditeur, coll. Pratiques et enjeux pédagogiques, 1997.

BARUK, S. L'âge du capitaine / de l'erreur en mathématiques. Paris : ed. du Seuil, 1985.

DE VECCHI, G. Aider les élèves à apprendre. Paris : Hachette, 1992.

GIORDAN, A. Apprendre!. Paris : Belin, ?.

MEIRIEU, P. Le statut de l'erreur. in Communiquer ! oui... mais comment ? CRDP du Var – n°2 – Avril 1994.

PERRAUDEAU, M. Les méthodes cognitives, apprendre autrement à l'école. Paris : Armand Colin, 1996.

VERMERSCH, P. L'entretien d'explicitation. Paris : ESF éditeur, coll. Pratiques et enjeux pédagogiques, 2000.

VESLIN, O & J. Corriger des copies, évaluer pour former. Paris : Hachette Education, 1992.

Périodiques

L'élève aujourd'hui : façons d'apprendre. Dossier, Revue internationale d'éducation. Sèvres, n°29, mars 2002.

Sites

<http://françois.muller.free.fr>. Consulté le 20/01/2003

www.unige.ch. Consulté le 20/01/2003.

MODULE : SEANCE 6

Objectif : mettre un problème en équation du premier degré à une inconnue.

IV.2.1

IV.2.2 Activité 1

Ci-dessous sont regroupés cinq énoncés de problèmes et neuf équations.

Travail à faire :

- Associez à chaque texte l'équation qui en est la traduction. Ecrivez vos réponses et leurs justifications dans le tableau.
- Complétez le tableau lors de la mise en commun. Dans la rubrique « attention » notez, s'il y a des erreurs, ce qui est à l'origine de celles-ci.

Texte 1 : Le prix de vente d'un article a subi deux augmentations, l'une de 220 € et l'autre de 40 €. Il coûte maintenant 1 440 €. Quel était le prix avant les augmentations ?

Texte 2 : Le périmètre d'un rectangle mesure 120 cm. La longueur est le double de la largeur. Quelle est la dimension de la largeur ?

Texte 3 : Un chef d'entreprise répartit une prime de 1 440 € en trois personnes. La première a 220 € de plus que la deuxième, celle-ci a 40 € de plus que la troisième. Quelle est la part de la troisième ?

Texte 4 : Sept nombres entiers consécutifs ont pour somme 105. Quels sont ces nombres ?

Texte 5 : Sept nombres impairs successifs ont pour somme 105. Quels sont ces nombres ?

Equation 1 : $2(x + 2x) = 120$

Equation 2 : $x + (x + 40) + (x + 220) = 1\,440$

Equation 3 : $x + 220 + 40 = 1\,440$

Equation 4 : $7x = 105$

Equation 5 : $x + (x + 1) + (x + 3) + (x + 5) + (x + 7) + (x + 9) + (x + 11) = 105$

Equation 6 : $2(x + x^2) = 120$

Equation 7 : $x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) + (x + 8) + (x + 10) + (x + 12) = 105$

Equation 8 : $x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) + (x + 5) + (x + 6) + (x + 7) = 105$

Equation 9 : $x + (x + 40) + (x + 40 + 220) = 1440$

Texte	V <u>L'équation que je propose</u>	VI <u>L'équation correcte</u>
1		
	VI.1 <u>Justification</u>	VI.2 <u>Attention</u>
2		
	Justification	Attention
3		
	Justification	Attention
4		
	Justification	Attention
5		
	Justification	Attention

Activité 2

Ci-dessous sont regroupés une équation et 3 textes.

L'équation : $x + (x - 60) + (x - 60 + 100) = 400$

Les textes :

Texte 1 : Un chef d'entreprise répartit une prime de 400 € entre trois salariés. Le premier aura 100 € de plus que le second, et le second aura 60 € de plus que le troisième. Quelle est la part du troisième?

Texte 2 : Un chef d'entreprise répartit une prime de 400 € entre trois salariés. Le premier aura 100 € de plus que le second, et le second aura 60 € de moins que le troisième. Quelle est la part du troisième?

Texte 3 : Un chef d'entreprise répartit une prime de 400 € entre trois salariés. Le premier aura 100 € de moins que le second, et le second aura 60 € de moins que le troisième. Quelle est la part du troisième?

Travail à faire :

- Indiquez, parmi les textes ci-dessus, celui dont l'équation est la traduction.
- Notez comment vous avez établi la correspondance entre l'équation et le texte.

Le texte que je propose	Le texte correct
Justification	Attention

Activité 3

Travail à faire : Ecrivez les équations qui traduisent les autres textes.

Activité 4

Objectif : application de la mise en équation des problèmes et résolution.

Résoudre les problèmes suivants :

Problème 1 :

Le salaire d'un salarié s'élève à 1 050 €

Ce salarié reçoit une augmentation de 5% sur son salaire.

Calculer le montant de l'augmentation.

Réponse :

Problème 2 :

Nicolas a 16 ans et son père 38 ans.

Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de l'âge de son fils ?

Indication :

Dans x années, l'âge du père sera $(38 + x)$

l'âge du fils sera $(16 + x)$

Réponse :

Problème 3 :

Un carré et un rectangle ont la même aire. Comparées au côté du carré, la largeur du rectangle mesure 12 cm de moins, la longueur 20 cm de plus.

Combien mesure le côté du carré ?

Réponse :

Problème 4 :

La recette d'une boutique se décompose comme suit :

- _ 50 % en cartes bancaires ;
- _ 35 % en chèques ;
- _ le reste en argent liquide.

La différence des recettes entre le paiement en cartes bancaires et par chèques est de 495 €

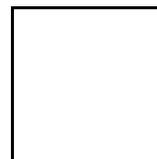
1. Notons x la recette totale. Exprimez la différence entre le paiement par cartes bancaires et par chèques en fonction de x . Déterminez x .
2. Calculez le montant des recettes en cartes bancaires, chèques et liquide.

VI.2.1.1 Réponse :

Problème 5 :

ABCD est un carré de côté 4cm.

Le point M de [AB] est distinct de A et de B.



Comment faut-il placer le point M pour que l'aire du triangle AMD soit égale au quart de l'aire du carré ABCD ?

On pourra poser : $AM = x$

Réponse

Activité 2

VII Annexe 5

VII.1 Traitement de l'erreur : le travail de groupe

VIII PROBLÈMES DU 1^{er} DEGRÉ

Objectifs : Résolution de problèmes se ramenant à une équation du 1^{er} degré à une

inconnue. Travail de groupe.

Résoudre les problèmes suivants :

Problème 1

Trouver un nombre tel que son double augmenté de 1 soit égal à 135.

Problème 2

Trouver un nombre tel que les $\frac{2}{7}$ de ce nombre soient égaux à 36.

Problème 3

Trouver un nombre tel que 25% de ce nombre soient égaux à 200.

Problème 4

Les $\frac{2}{7}$ d'une longueur soient égaux à cette longueur diminuée de 35 m.
Calculer la longueur.

Problème 5

À la suite d'une grosse commande, un industriel décide de faire fonctionner ses machines 10 heures par jour au lieu des huit heures habituelles. Il augmente ainsi sa production d'un quart de la production. Il produit alors 235 pièces par jour.
Quelle était la production initiale ?

Problème 6

Un imprimeur achète 150 plaques offset pour un montant total de 19 530 €. Ce lot comprend un certain nombre de plaques à 120 €, les autres plaques valent 210 €. Calculer le nombre de plaques de chaque sorte.

Problème 7

Au cours d'une élection, 5 219 bulletins ont été déposés dans l'urne. Le vainqueur a battu ses adversaires par 22, 30 et 73 voix.
Calculer le nombre de voix obtenues par chaque candidat.

Problème 8

L'illusionniste demande à une personne de penser à un nombre, de le multiplier par 5, d'ajouter 6, de multiplier par 4, d'ajouter 9, de multiplier par 5 et d'indiquer le résultat.

À partir de ce résultat, il peut alors trouver le nombre choisi au départ.

MODULE

Classe : 2nd MdS

Nom Prénom :

Objectif : résolution d'équations du premier degré à une inconnue.

IX **Activité 1**

On donne dans le désordre les différentes étapes de résolution d'une équation.
Réécrivez-les dans l'ordre logique de la résolution.

Je réduis chaque membre de l'équation	$15x - 2x - 12 = 16 + 6x$
Donc	$x = 4$
Je fais passer les termes en x dans le premier membre et les termes connus dans le second membre	$7x = 28$
Soit l'équation du premier degré à une inconnue :	$x = \frac{28}{7}$
l'équation admet pour valeur « 4 » comme solution	$\frac{5x}{2} - \frac{x}{3} - 2 = \frac{8}{3} + x$
je multiplie par la valeur « 6 », chaque membre	$15x - 2x - 6x = 16 + 12$
je réduis tous les termes au même dénominateur	$\frac{15x}{6} - \frac{2x}{6} - \frac{12}{6} = \frac{16}{6} + \frac{6x}{6}$

X **Activité 2**

Soit l'équation : $\frac{3x+1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{2-x}{3}$

Considérons la résolution suivante :

$$\frac{9x+3}{12} = \frac{4}{12} - \frac{4-4x}{12}$$
$$9x+3 = 4 - 4 - 4x$$
$$9x+4x = 4 - 4 + 3$$
$$11x = 3$$
$$x = \frac{11}{3}$$

La solution de l'équation est $\frac{11}{3}$

Cette résolution comporte au moins une erreur par ligne.

1. Entourez l'erreur en rouge et classez dans le tableau les erreurs selon plusieurs catégories.

Erreur de calcul	Mauvaise écriture ou simplification impossible	Mauvaise application d'une règle ou d'une propriété	Erreur dans la présentation

2. Résoudre correctement cette équation.

XI **Activité 3**

Soit l'équation : $\frac{2x - 3}{4} - 7 = \frac{5x - 3}{2}$

Résolvez cette équation en vous aidant des indications ci-dessous, écrites dans le désordre.
Je fais passer les termes en x dans le premier membre ; les termes connus dans le second membre ; je réduis chaque terme au même dénominateur ; L'équation admet comme solution ; je supprime les dénominateurs ; je réduis chaque membre ; Donc.

Remarque : précisez toutes les étapes.

XII Activité 4

XII.1 Objectif : correction d'une copie

Voici la copie d'un élève qui traite de trois équations. Il vous est proposé de la corriger.

1. Vérifiez l'exactitude des solutions, en remplaçant, dans l'équation, x par la valeur trouvée.

Si la réponse n'est pas exacte alors :

2. Corrigez la copie en rouge en entourant l'erreur et la corrigeant.
3. Ecrivez dans la marge des annotations relatives aux erreurs commises (le type d'erreur et les connaissances à avoir pour ne pas reproduire l'erreur).
4. Rédigez votre propre correction.

$\begin{aligned}3 - x &= 5 \\ x &= 5 - 3 \\ x &= 2\end{aligned}$	
$\begin{aligned}2x &= 8 \\ x &= 8 - 2 \\ x &= 6\end{aligned}$	
$\begin{aligned}3 - 2(x - 3) &= 5 - 4x \\ 3 - 2x - 6 &= 5 - 4x \\ -2x + 4x &= 5 - 3 + 6 \\ 2x &= 8 \\ x &= \frac{8}{2} \\ x &= 4\end{aligned}$	
$\begin{aligned}\frac{x}{2} - \frac{x-3}{3} &= 2 \\ \frac{3x}{6} - \frac{2(x-3)}{6} &= 2 \\ 3x - 2(x-3) &= 2 \\ 3x - (2x-6) &= 2 \\ 3x - 2x + 6 &= 2 \\ 3x - 2x &= 2 + 6 \\ x &= 8\end{aligned}$	

XIII Annexe 8

XIII.1 Devoir-maison : Le mystère de la pierre magique

DEVOIR MAISON

EQUATION ET INEQUATION

➤ Problème 1



Le mystère de la pierre magique

Dans un atelier, un ouvrier déclare à un jeune apprenti qu'il connaît une pierre magique : quand, un soir, on met de l'argent sous cette pierre, le lendemain, la somme d'argent a doublé.

Le jeune apprenti, à la fois intrigué et intéressé, accepte de tenter l'expérience. Il convient aussi de donner à l'ouvrier qui lui donnera la pierre magique, 20 € chaque fois que la somme aura doublé.

Il place donc un soir son porte-monnaie contenant son argent sous la pierre. Le lendemain, la somme a effectivement doublé et il donne 20 € à l'ouvrier. Il décide de renouveler l'expérience ; le jour suivant, la somme a encore doublé et il redonne 20 € à l'ouvrier.

Il renouvelle une fois encore l'expérience : la somme a encore doublé, mais lorsqu'il a donné à l'ouvrier la somme convenue, son porte-monnaie est vide !

1. Calculer la somme que contenait le porte-monnaie du jeune apprenti avant le début de sa mésaventure.
2. Que se serait-il passé au bout de trois fois si le jeune apprenti avait confié 25 euros à la pierre magique ?
3. Même question s'il avait disposé de 20 euros.
4. De l'utilité des équations
 - a) Résolvez l'inéquation : $2x - 20 \geq 20$
 - b) Que pouvez-vous déduire du montant de la somme que le jeune apprenti aurait dû donner à l'ouvrier en fonction de la somme dont il disposait au départ, pour ne pas être victime de cette aventure ?